



Pozdravljen devetošolec, devetošolka!

Upam, da si zdrav, prav tako tvoji domači. Pouk na daljavo bo potekal še nekaj časa, a brez skrbi s skupnimi močmi bova zmogla! V današnji uri boš ponovil snov, ki si jo dobil za preštudirati, tj. poglavje Obdelava podatkov. Poglavje je zanimivo, za veliko stvari si že slišal. Torej kaj natančno boš ponovil? Skupaj bova ponovila bistvene stvari, ki naj bi jih z dosedanjim samostojnim učenjem pridobil. Zato, se ne sekirat, če ti ni uspelo, kajti spodaj bova skupaj na kratko ponovila snov, rešila nekaj primerov, nekaj jih pa boš rešil sam. Mimogrede, ta učni list je namenjen za dve uri. Ko ga rešiš, si opravil z matematiko za ta teden! ☺

Predstavim ti še majhno legendo:  pomeni, da nalogo rešujeva skupaj,  pa pomeni, da nalogo rešiš sam. Začniva!

Najprej bova ponovila naslednje:

ARITMETIČNA SREDINA ali POVPREČJE lahko izračunamo le za številske podatke. V mislih moramo vedno imeti, da je ta srednja vrednost občutljiva za podatke, ki zelo odstopajo. Povprečje računamo po naslednji formuli:

$$\bar{x} = \frac{\text{vsota vseh podatkov}}{\text{število vseh podatkov}}$$

MODUS ali GOSTIŠČNICA je podatek, ki se med danimi podatki največkrat ponovi. Podatki so lahko številski ali opisni. Pozorni moramo biti na to, da modusa včasih ne moremo določiti – to se zgodi takrat, ko je vseh podatkov enako mnogo (pravimo, da imajo enako frekvenco).

Lahko se zgodi tudi, da je med podatki več modusov (recimo 2 modusa – bimodalno).

Oznaka: Mo

MEDIANA ali SREDIŠČNICA je podatek, ki leži natanko na sredini vseh po velikosti urejenih podatkov. Ta srednja vrednost ni občutljiva na podatke, ki zelo odstopajo. Določamo jo lahko le številskim podatkom.

Oznaka: Me

Ločimo:

Mediana za LIHO število podatkov: 2, 6, **9**, 10, 15 → $Me = 9$ → To pomeni, da je polovica podatkov je manjša ali enaka 9, polovica podatkov pa je večja ali enaka 9.

Mediana za SODO število podatkov: 2, 6, **8, 10**, 13, 15 → $Me = \frac{8+10}{2} = 9$ → Razmislek enak kot zgoraj.

Pozor – mediana ni nujno število, ki nastopa v podatkih!

Tako, del snovi je ponovljeno. Gremo rešit kako nalogo, kaj praviš?

Potrebuješ: **delovni zvezek 5. del, zvezek (list papirja), pisalo, geotrikotnik, žepno računalno**

Skupaj bova rešila **nalogo 10 na strani 116**, in sicer le za Miho, za Jana reši sam. Če si slučajno založil delovni zvezek, se naloga glasi takole:

SDZ5: str. 116/ nal. 10:

Miha in Jan sta sošolca. Preglednica prikazuje njune ocene pri matematiki.

Miha	3	4	2	5	5	5	3	5	3
Jan	1	2	1	3	5	4	2	2	3

- Določi modus, mediano in povprečno oceno pri Mihi.
- Določi modus, mediano in povprečno vrednost pri Janu.

Reševanje:

- Ko rešuješ nalogo s srednjimi vrednostmi, se vedno splača **najprej vse podatke razvrstiti po velikosti od najmanjšega do največjega.**

2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5

Največkrat se pojavi število 5, zato je **Mo = 5**.

Danih imamo 9 podatkov, kar je liho število. Iskanja se lotimo način, ki zelo enostaven. Najprej prečrtaš prvo in zadnje število, v naslednjem drugo in predzadnje število... Tako nadaljuješ, dokler ti na sredi podatkov ostane eno samo število. To število je ravno mediana podatkov: **Me = 4**.

~~2~~, ~~3~~, ~~3~~, ~~3~~, **4**, ~~5~~, ~~5~~, ~~5~~, ~~5~~

Mimogrede, pri sodem številu podatkov, ti bosta na sredi ostali dve števili, mediano pa računaš kot je zapisano zgoraj med razlago.

Še povprečje, tega pa znaš že računati od prej:


$$\bar{x} = \frac{2 + 3 \cdot 3 + 4 + 4 \cdot 5}{9} = \frac{35}{9} \doteq \mathbf{3,89}$$

Tako, naloga je rešena. Za vajo moraš rešiti naslednje dve nalogi. Rešuj v zvezek in da, tudi besedilo prepiši!

 **1. naloga:** Dana so števila:

32, 42, 12, 35, 56, 42, 35, 48, 67.

- Izračunaj povprečje!
- Določi modus!
- Določi mediano!

 **2. naloga:** Učenci so pri športni vzgoji metali žogico. Njihovi rezultati so bili:

23 m, 12 m, 43 m, 16 m, 23 m, 12 m, 35 m, 41 m, 23 m, 26 m.

- Izračunaj aritmetično sredino!
- Določi modus!
- Določi mediano!

Nadaljevala bova s škatlo z brki. Ja, čudno ime in, ne to ni škatla, na kateri so narisani brki! Škatlo z brki je zelo enostavno narisat, znane moraš imeti le naslednje podatke:

VARIACIJSKI RAZMIK je razlika med največjim in najmanjšim številskim podatkom.

PRVI KVARTIL je mediana prve polovice podatkov.

Če je vseh podatkov liho mnogo, mediana **ne nastopa** v prvi polovici (torej mediano izvzameš).

Če je vseh podatkov sodo mnogo, vzameš prvo polovico podatkov, tj. se ne oziraš na mediano.

DRUGI KVARTIL je mediana vseh podatkov.

TRETJI KVARTIL je mediana druge polovice vseh podatkov.

Če je vseh podatkov liho mnogo, mediana **ne nastopa** v drugi polovici (torej mediano izvzameš).

Če je vseh podatkov sodo mnogo, vzameš drugo polovico podatkov, tj. se ne oziraš na mediano.

MEDČETRTINSKI RAZMIK je razlika med tretjim in prvim kvartilom. Večji je razmik, bolj so podatki razpršeni! Kako to vidiš vizualno? Škatla z brki je pri večji razpršenosti večja.

POSTOPEK RISANJA ŠKATLE Z BRKI:

1. korak: **Razvrsti podatke po velikosti.**
2. korak: **Določi mediano.**
3. korak: **Določi mediano prve polovice podatkov oziroma 1. kvartil.**
4. korak: **Določi mediano druge polovice podatkov oziroma 3. kvartil.**
5. korak: **Nariši številsko premico. Na njem prikaži vrednosti, ki jih dobil v zgornjih korakih.**
6. korak: **Nariši pravokotnik med 1. in 3. kvartilom.**
7. korak: **Na osi označi najmanjši in največji podatek.**
8. korak: **Na vsako stran pravokotnika nariši daljico (brke☺) od najmanjšega podatka do pravokotnika oziroma daljico od pravokotnika do največjega podatka.**

No, pa preveriva, ali si zgornje razumel. Skupaj bova rešila naslednjo nalogo. Prepiši si jo v zvezek!

3. naloga: Učenci 1. razreda so se odločili, da bodo prešteli, koliko različnih pisal ima vsak v svoji peresnici. Dobili so naslednja števila:

6, 6, 4, 7, 8, 8, 9, 10, 11, 7, 7, 4, 15, 5, 5, 12, 13, 9, 11, 6, 8

Določi mediano in nariši škatlo z brki!

Reševanje:

Reševal boš kar po zgornjih korakih. Torej, najprej uredi dana števila po velikosti. Začni z najmanjšim.

4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 15

Naslednji korak, pravi, da moraš poiskati mediano. Preštej podatke.

Podatkov je 21, torej liho mnogo. Greva črtat števila, tj. prečrtaj prvega in zadnjega, drugega in predzadnjega,.... dokler ti na sredi ostane le no število – mediana.

4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, **8**, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 15

Me = 8

Sedaj pa moraš določiti prvi kvartil – mediano prve polovice podatkov. Kako? Na enak način kot prej. Torej prepíšeš prvo polovico podatkov brez mediane. Nato s črtanjem poiščeš mediano teh števil. Ker je števil sodo mnogo, bosta neprečrtani ostali dve števili. Povprečje teh dveh števil bo ravno mediana prve polovice podatkov oziroma 1. kvartil.

4, 4, 5, 5, **6, 6**, 6, 7, 7, 7

$$\text{1. kvartil} = \frac{6+6}{2} = 6$$

Enak postopek ubereš za izračun 3. kvartila. Prepíšeš drugo polovico podatkov brez mediane. Nato s črtanjem poiščeš mediano teh števil. Ponovno ti ostaneta dve števili, ki nista prečrtani. Povprečje teh dveh števil je 3. kvartil.

8, 8, 9, 9, **10, 11**, 11, 12, 13, 15

$$\text{3. kvartil} = \frac{10+11}{2} = 10,5$$

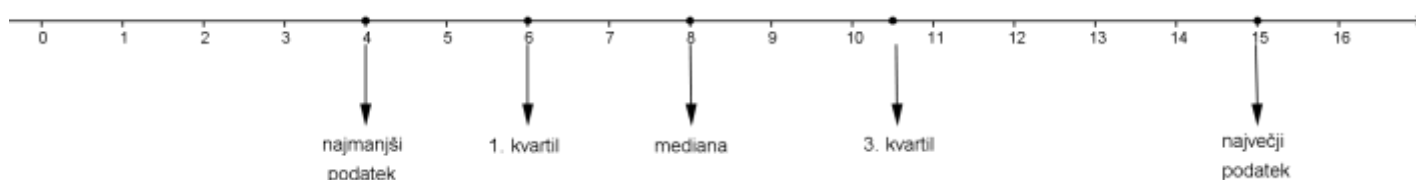
Sledi risanje. Vzemi geotrikotnik in nariši dolgo premico – ta ti bo predstavljala številsko os. Na njej označi števila od 1 do (vsaj) 16 z enakim razmikom (enoto).



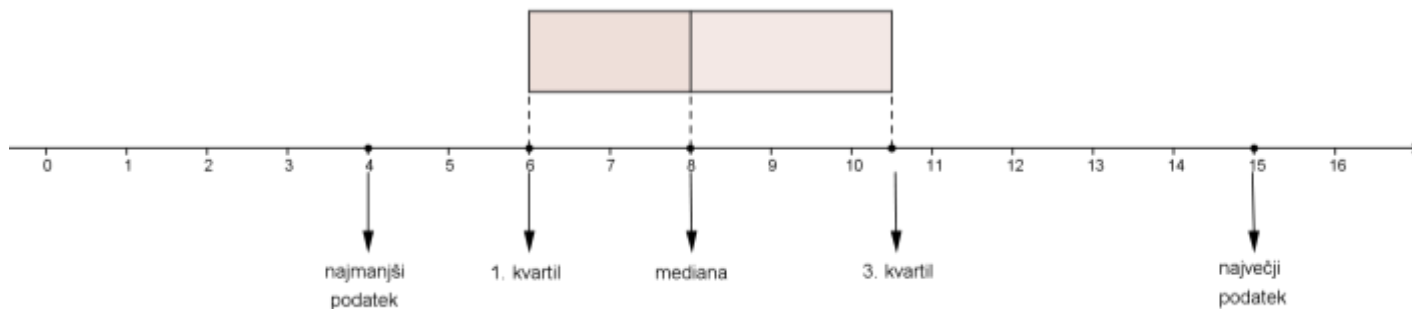
Tako, sedaj moraš na osi označiti še mediano, prvi in tretji kvartil, največjo in najmanjšo vrednost.

najmanjša vrednost = 4

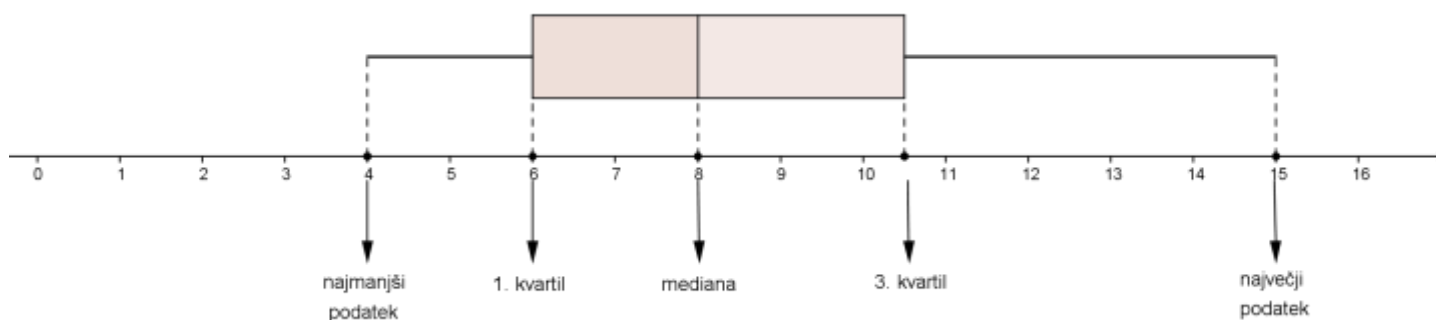
največja vrednost = 15



Naslednji korak je, da narišeš pravokotnik med 1. in 3. kvartilom. Pomagaj si s spodnjo sliko.



Za zaključek moraš narisati le še brke! Brki so daljice oziroma dve daljici, ki povežeta pravokotnik z najmanjšo oziroma največjo vrednostjo v podatkih. Pri risanju si pomagaj s spodnjo sliko!



Tako, uspešno si narisal škatlo z brki!

Sedaj pa te čaka še ena naloga, s katero boš lahko povadil risanje škatel z brki! ☺ Veselo na delo!

4. naloga: V 9. razredu je bilo lani pri matematiki 17 učencev. Pri zadnjem testu so dosegli naslednje število točk:

49, 40, 51, 49, 41, 37, 50, 43, 51, 50, 47, 46, 46, 49, 42, 45 in 50.

Nariši škatlo z brki.

Namig: Številsko os označi s števili 36, 36, 37... Bo risanje lažje!

No, pa sva pri predzadnji snovi, katero si moral naštudirati sam doma. **Kombinatorično drevo.** Silno lahka zadevca, le dobro moraš znati brati. Pa kar poskusiva na primeru, kaj praviš?

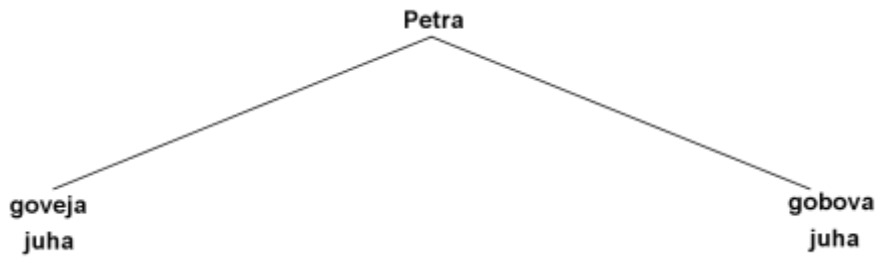
5. naloga: Petra je šla na kosilo v restavracijo. Ponudili so ji meni. Izbirala je lahko med:

- govejo in gobovo juho za predjed,
- med špageti po milansko, dunajskim zrezkom in ribo po pariško za glavno jed,
- med čokoladno torto in palačinkami za sladico.

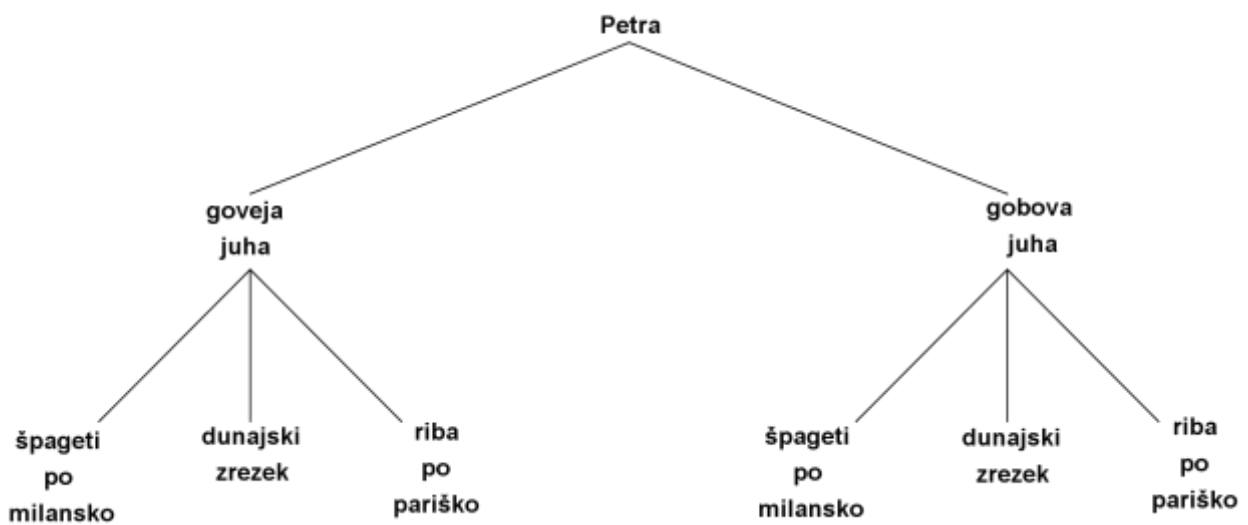
Nariši in izračunaj, na koliko načinov lahko Petra izbere kosilo.

Reševanje:

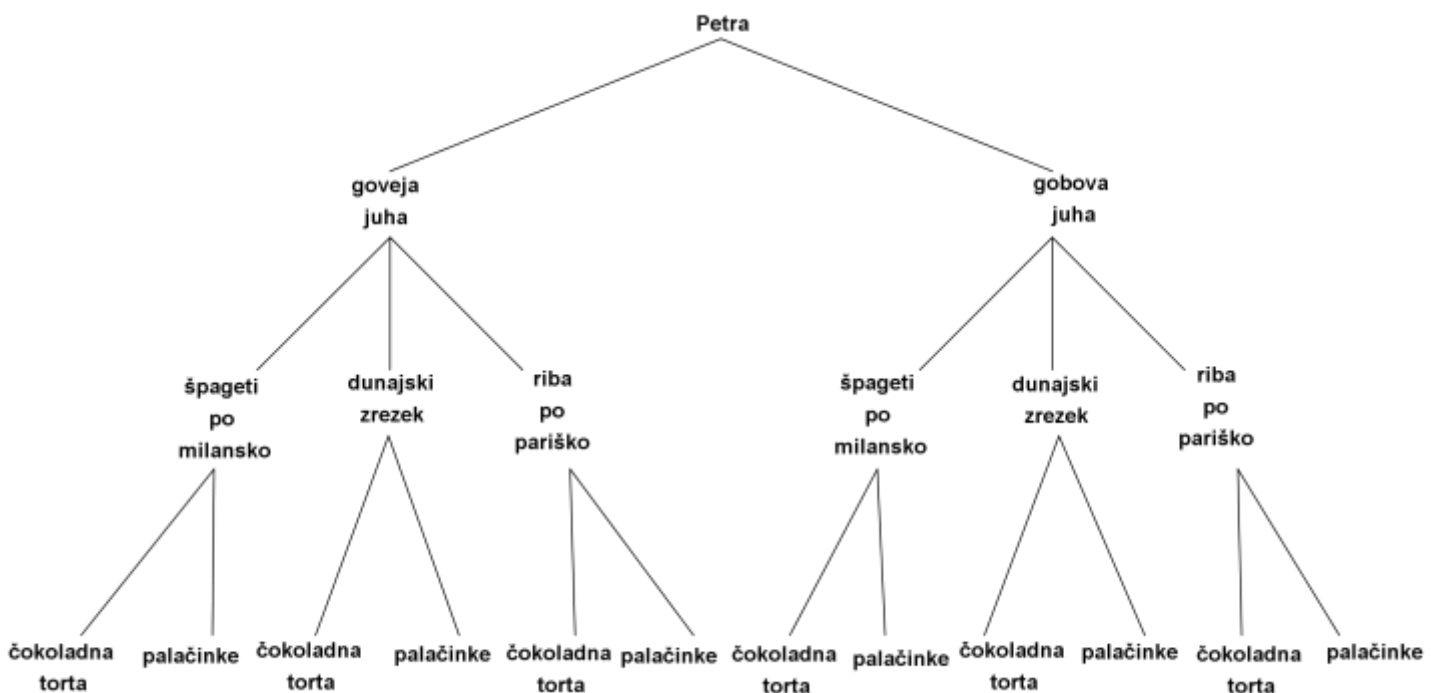
Najprej določiš začetno vozlišče. To je največkrat kar oseba, ki se pojavi v nalogi. V tvojem primeru je to Petra. Petra se mora najprej odločiti, katero juho bo jedla. Torej ima dve možnosti, zato iz začetnega vozlišča narišeš dve veji. **Novi vozlišči** poimenuješ. Dobiš:



Ko Petra poje juho, se mora odločiti, katero glavno jed bo izbrala. Na voljo ima 3 možnosti. Torej iz obeh vozlišč (označenima z juhama) potekata po tri nove veje – dobiš **2 x 3 novih vozlišč**. Poimenuj jih, v pomoč ti prilagam sliko.



In še za zaključek kosila, je Petra izbirala med dvema sladicama, kar pomeni, da je treba iz vsakega vozlišča narisati po dve novi veji – dobiš **6 x 2 novih vozlišč**! Vozlišča poimenuj in nato preveri, ali se tvoja slika ujema z mojo.



Odgovor: Torej si je Petra lahko izbrala kosilo na $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ načinov, kar je tudi končno število vozlišč v zadnji vrstici kombinatoričnega drevesa.

No, ni bilo tako težko, kajne? Da ne pozabiš, kako se kombinatorično drevo riše, reši za vajo spodnji nalogi!

 **6. naloga:** Koliko dvomestnih števil lahko sestaviš iz števk 8, 5 in 9? Števke se lahko ponavljajo.

Nariši škatlo kombinatorično drevo.

 **7. naloga:** Na koliko načinov se lahko obleče in obuže Jure, če ima na voljo:

- črne in modre hlače,
- zelen puli, moder pulover in belo srajco,
- gležnarje in allstarke?

Nariši kombinatorično drevo.

In sva prišla do zadnje snovi. 😊

Zadnja snov, ki si jo moral naštudirati, je bila **verjetnost**. Besedo verjetnost vsi pogosto uporabljamo, pri matematiki jo pa znamo še ustrezno predstaviti s števili.

Če je nekaj **gotovo**, je verjetnost takega dogodka **enaka 1 oziroma 100 %**, če je nekaj **nemogoče**, je verjetnost takega dogodka **enaka 0 oziroma 0 %**.

Verjetnost slučajnega dogodka se giblje med 0 in 1 oziroma med 0 % in 100%.

Enačba za izračun verjetnosti nekega dogodka A (P je oznaka za verjetnost):

$$P(A) = \frac{\text{število ugodnih izidov}}{\text{število vseh poskusov}}$$

Rešiva skupaj naslednjo nalogo.

8. naloga: Na vrtu raste 28 glav kitajskega zelja in 22 glav rdečega zelja. Kolikšna je verjetnost, da bomo za solato odrezali rdečo glavo zelja?

Reševanje:

Najprej je treba zapisati dogodek:

$$A = \{\text{odrezali smo rdečo zeljnato glavo}\}$$

Nato je treba določiti število vseh glav zelja – tj. $28 + 22 = 50$.


Število ugodnih izbir, tj. da izberemo rdečo zeljnato glavo, je enako 22.

Števili vstavimo v enačbo.

$$P(A) = \frac{22}{50} = 0,44 = 44 \%$$

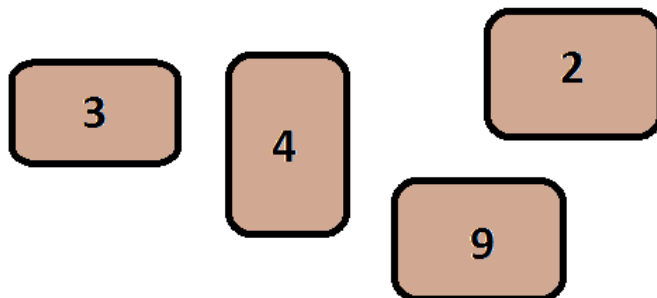
Odgovor: Verjetnost, da bomo odrezali rdečo zeljnato glavo, je enaka 0,44 ali 44 %.

Še nekaj nalog za vajo iz poglavja verjetnosti.

 **9. naloga:** Učiteljica bo v razredu z 9 dekleti in 11 fanti ustno vprašala enega učenca.

Kolikšna je verjetnost, da bo vprašano dekle?

 **10. naloga:** Tonček ima štiri ploščice s števili:



Vse ploščice so obrnjene tako, da Tonček ne vidi števil. Tonček lahko izbere le eno ploščico.

- Kolikšna je verjetnost, da je Tonček izvlekel ploščico s številom 3?
 - Kolikšna je verjetnost, da je izvlekel ploščico s sodim številom?
 - Kolikšna je verjetnost, da je izvlekel ploščico s praštevilom?
 - Kolikšna je verjetnost, da je izvlekel ploščico s številom manjšim od 10?
 - Kolikšna je verjetnost, da je izvlekel ploščico s številom 5?
-

Tako, pa sva prišla s skupnimi močmi do konca. Saj ni bilo tako hudo, kajne?

Do prihodnjíč,
tvoja učiteljica matematike

PS: Spodaj ti prilagam še rešitve nerešenih nalog☺

REŠITVE:

1. naloga:

12, 32, 35, 35, 42, 42, 48, 56, 67

$$\bar{x} = \frac{12 + 32 + 2 \cdot 35 + 2 \cdot 42 + 48 + 56 + 67}{9} = \frac{369}{9} = 41$$

$Mo_1 = 35$ in $Mo_2 = 42$

$Me = 42$

2. naloga:

12, 12, 16, 23, 23, 23, 26, 35, 42, 43

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 12 + 16 + 3 \cdot 23 + 26 + 35 + 41 + 43}{10} = \frac{254}{10} = 25,4 \text{ m}$$

$Mo = 23 \text{ m}$

$Me = 23 \text{ m}$

4. naloga:

37, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 46, 47, 49, 49, 49, 50, 50, 50, 51, 51

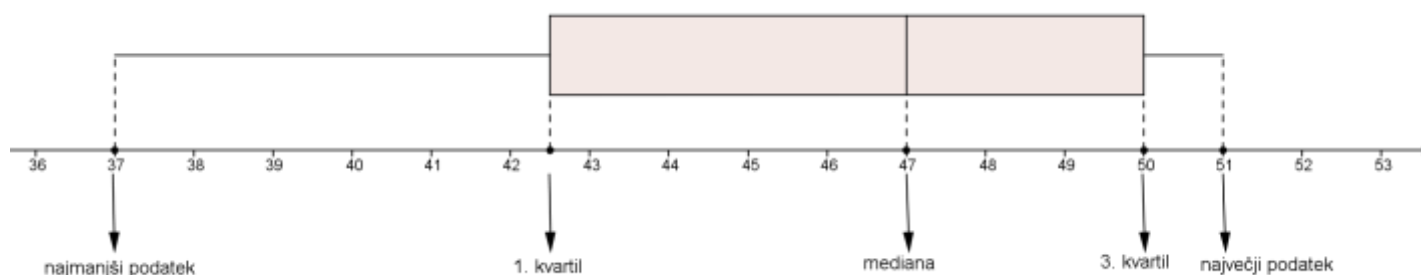
$Me = 47$

1. kvartil = 42,5

3. kvartil = 50

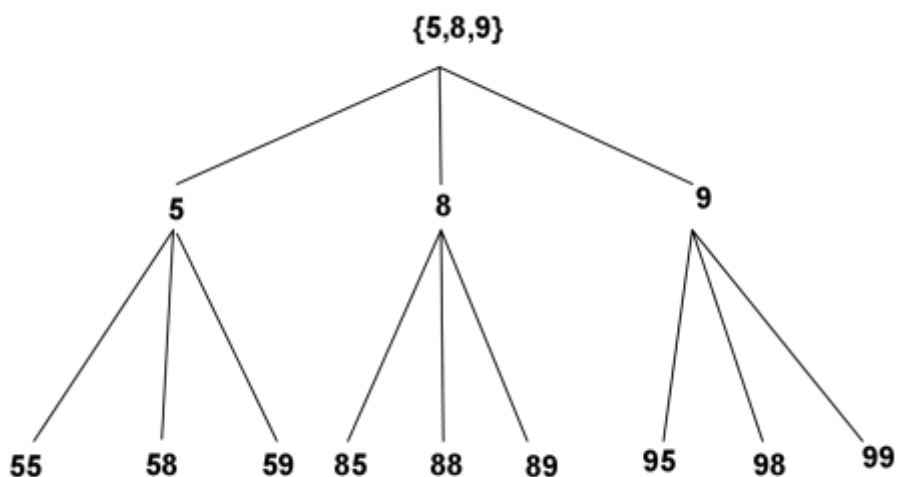
najmanjši podatek = 37

največji podatek = 51



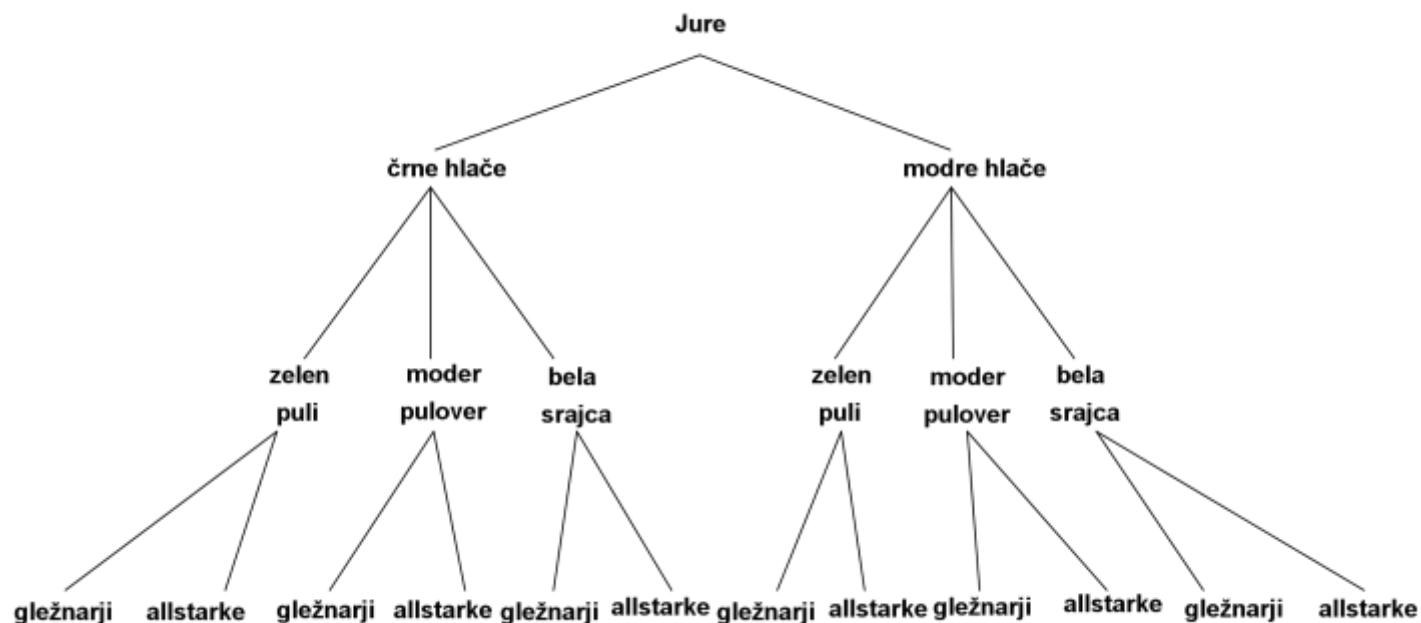
6. naloga:

Sestavimo lahko 9 različnih števil.



7. naloga:

Jure se lahko obleče in obuže na 12 različnih načinov.



9. naloga:

$A = \{\text{vprašano bo dekle}\}$

$$P(A) = \frac{9}{20} = 0,45 = 45 \%$$

10. naloga:

$A = \{\text{Tonček izvleče ploščico s številom 3}\}$

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25 = 25 \%$$

$B = \{\text{Tonček izvleče ploščico s sodim številom}\}$

$$P(B) = \frac{2}{4} = 0,50 = 50 \%$$

$C = \{\text{Tonček izvleče ploščico s praštevilom}\}$

$$P(C) = \frac{12}{4} = 0,50 = 50 \%$$

$D = \{\text{Tonček izvleče ploščico s številom manjšim od 10}\}$

$$P(D) = \frac{4}{4} = 1 = 100 \%$$

$E = \{\text{Tonček izvleče ploščico s številom 5}\}$

$$P(D) = \frac{0}{4} = 0 = 0 \%$$